

Frédéric LASSIAILLE

23/11/2009

email : lumimi2003@hotmail.com
 http ://lumi.chez-alice.fr

Proposition de détermination de la déformation globale de l'espace-temps par modélisation euclidienne de la relativité

L'objectif de cet article est de donner une réponse au problème principal de la relativité générale. Ce problème peut s'exprimer de façon synthétique par : << déterminer la déformation de l'espace-temps absolu >>. A noter que cet espace-temps absolu est celui de la relativité générale et que cette déformation doit être conforme à la loi de NEWTON de la mécanique classique (au moins pour les grandes distances).

Le point de vue adopté est celui d'une relativité euclidienne. On se place donc dans un contexte mathématique purement euclidien en 4 dimensions (trois d'espace, x, y, z , et une de temps : ct). Ceci pour la relativité restreinte. Pour la relativité générale bien entendu on utilise le même métrique localement et on l'étend globalement sous la forme d'un tenseur. Sauf que ici il s'agit d'un tenseur *euclidien* pour représenter l'espace-temps.

Dans ce cadre mathématique les principes physique sont exactement ceux de la relativité : isotropie de l'espace, référentiels inertiels avec réciprocity entre référentiels, constance de la vitesse de la lumière dans tous les référentiels inertiels, passage de la relativité restreinte à la relativité générale par covariance le long des trajectoires géodésiques des référentiels inertiels, etc ... Ceci pour la version restreinte, et bien sûr pour la générale : déformation de l'espace-temps par l'énergie, expression d'une force (gravitationnelle...) par une déformation spatio-temporelle.

Il existe cependant une différence dans les principes physique, entre la relativité et notre approche. En effet ici on ne recherche pas de constance de la distance spatio-temporelle dans une représentation globale de l'espace-temps (pas de représentation de Nimkowski puisqu'on souhaite rester en euclidien). Le principe fondamental d'une longueur spatio-temporelle invariante par changement de référentiel inertiel est donc laissé de côté.

Dans ce cadre décrivons (rappelons) le modèle euclidien de la relativité restreinte.

On utilise exactement le même contexte physique que celui des équations de Lorentz. Rappelons le.

On a 2 référentiels inertiels, $R (O, x, y, z, ct)$ et $R' (O', x', y', z', ct')$, en mouvements rectilignes uniformes à la vitesse v l'un par rapport à l'autre le long de l'axe Ox (x croissant) et de l'axe $O'x'$ décroissant). On ne s'intéresse qu'aux dimensions x, ct et x', ct' . A $t=x=0$ on a aussi $t'=x'=0$.

Afin de retrouver les équations de Lorentz dans ce cadre physique, et puisque nos représentations sont euclidiennes, il est nécessaire de supposer que l'axe $O'x'$ a basculé d'un angle α par rapport à l'axe Ox , avec $\sin(\alpha) = v/c$. Voir figure 1. De même il est nécessaire de poser que les coordonnées du point O' dans R sont : ($x=vt$, et $ct = v^2/c x$).

Inversement sous ces conditions le lecteur pourra calculer qu'on retrouve bien les équations de Lorentz. Voir figure 1.

(Attention sur la figure 1 on a l'impression que OO' est parallèle à $O'x'$ mais c'est une simple coïncidence, car c'est faux de manière générale).

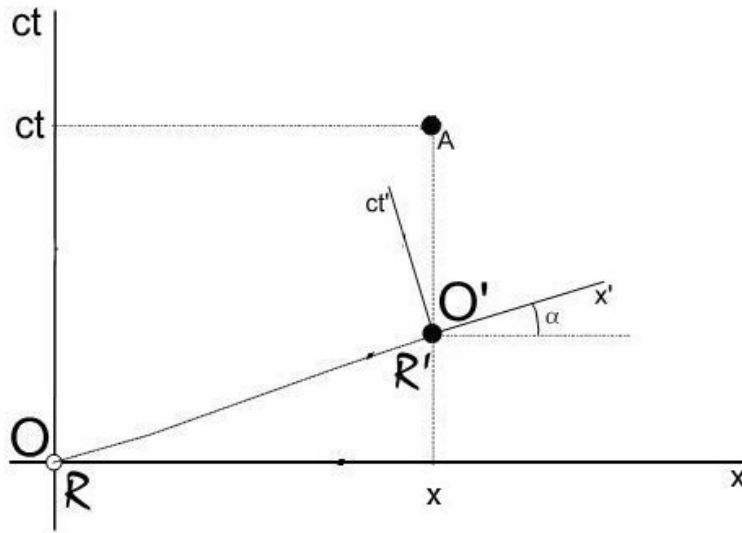


FIGURE 1

Partant de ce modèle euclidien de la relativité restreinte, on est alors tenté de poser un postulat physique cohérent avec ces équations de Lorentz ainsi modélisées, d'une part, et la relativité générale, d'autre part. Ce postulat est le suivant.

POSTULAT 1

<<Toute particule physique de masse m non nulle en mouvement à la vitesse v par rapport à un référentiel inertiel R déforme l'espace-temps alentour par une rotation du plan $0x0ct$ autour de l'axe $0y0z$, d'un angle α tel que $\sin \alpha = v/c$.

Si $(0, 0)$, puis $(x \ ct)$ sont respectivement les coordonnées de la particule dans R, dans son trajet de O à A, alors au point A la coordonnée ct dans R est égale à $:(v^2/c) t$.

On note que dans le cas limite d'un photon, avec $v = c$, le basculement devient maximal de $\alpha = \pi/2$.

La figure 2 ci-dessous représente l'effet du postulat 1. Une particule P est en mouvement à la vitesse v dans le référentiel inertiel R, parallèlement à l'axe Ox, et dans le sens des x croissant. A l'instant t, la particule est située au point A de coordonnées x et ct dans R. Le référentiel inertiel R' centré sur O' est « attaché » à la particule et est donc lui aussi en mouvement uniforme le long de l'axe Ox.

On est dans le même cas que celui de la figure 1 précédente, sauf qu'on suppose la présence de la particule P au point A. On voit sur la figure 2 que la ligne de l'espace a basculé d'un angle α , localement au point A.

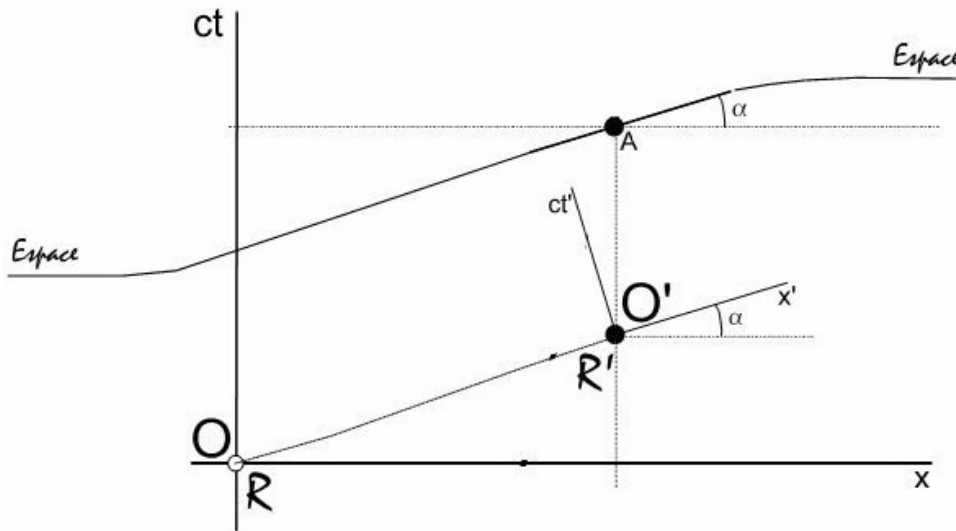


FIGURE 2

Par contre, loin du point A cette ligne d'espace devient parallèle à l'axe Ox. Ceci est en effet la seule possibilité réaliste ! On n'imagine pas le mouvement d'une particule de masse faible déformant tout l'univers dans son ensemble de la même façon le long de l'axe Ox.

Avec ce postulat, les équations de Lorentz expriment maintenant une déformation locale de l'espace-temps, provoquée par l'énergie de la particule en mouvement (le postulat 1 ci-dessus). Bien entendu ce respect des équations de Lorentz n'est valable que localement à la particule autrement dit pour les valeurs de x' et ct' faibles devant x et ct .

On remarquera que cette « redécouverte » des équations de Lorentz fonctionne grâce au positionnement de O' (donc celui de A) indiqué précédemment ($x=vt$, $ct = v^2t/c$ pour O') et grâce au basculement spatio-temporel du postulat précédent qui modifie d'un rapport $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - v^2/c^2}$ les valeurs temporelles (en ct) et spatiales en x . Or ce basculement n'est que local, pas global.

On voit qu'il faut distinguer position de l'espace-temps absolu, d'une part, et représentation de l'espace-temps dans tel ou tel référentiel, d'autre part.

En effet d'un côté l'espace-temps absolu (celui de la relativité générale) s'est déformé seulement localement à la particule et permet de positionner les événements de l'espace-temps dans une vision globale et un peu compliquée de celui-ci. Cette vision est compliquée parce que l'espace-temps n'est plus euclidien mais riemannien à base locale euclidienne donc les lignes de l'espace ont des formes de courbes et ne sont plus de simples droites comme Ox.

De l'autre côté l'axe $O'x'$ du référentiel R' est une droite. Il représente localement l'espace mais ne le représente plus globalement. Globalement cette représentation de R' garde cependant un sens qui est celui permettant de voir l'espace-temps d'une façon « légale » au sens de la relativité car R' est inertiel. (Cette représentation est la seule permettant de respecter les principes physiques généraux de la relativité restreinte dont notamment la constante de la vitesse de la lumière dans tous les référentiels inertiels).

Cependant à ce stade un problème de cohérence se pose puisqu'on peut toujours considérer une particule comme étant constituée de particules plus petites. En effet, comment assurer que la déformation spatio-temporelle engendrée par le mouvement d'un ensemble de particules puisse découler des déformations des particules plus petites dont elle est constituée ?

Pour assurer cette cohérence une solution consiste à supposer la matière constituée d'un ensemble restreint de très petites particules « insécables ». Ces petites particules doivent être choisies de telle façon à ce qu'elles puissent expliquer la déformation spatio-temporelle générée par n'importe quelle autre particule plus grosse. Pour cette explication une opération simple doit permettre de calculer la déformation finale générée par la grosse particule à partir de celle initiale des petites particules dont elle est constituée.

A noter que, ainsi définie, cette opération doit permettre, par construction, de calculer aussi la forme des lignes absolues de l'espace, à partir des positions et énergies de ces « petites particules insécables ».

D'où le 2ème postulat qui suit.

POSTULAT 2

<<Une particule est constituée d'un certain nombre de particules plus petites, appelons les « points lumineux ». Ces « points lumineux » sont en mouvement constant à la vitesse c à l'intérieur de la 1^{ère} particule.>>.

A partir de ce postulat on peut déterminer de façon unique toute déformation engendrée par n'importe quelle particule. Pour cela on applique le postulat 1 à ces particules « points lumineux ». Pour ces points lumineux l'angle α est égal à sa valeur limite $\pi/2$. La forme de l'espace est donc à tout instant le résultat par combinaisons successives de ces petites déformations provoquées par tous ces « points lumineux ».

Le point restant à préciser est la façon de combiner ces différentes déformations. Cela sera précisé par le postulat 3 qui suit. On pourra alors vérifier que l'angle α calculé à partir des postulats 2 et 3 est bien celui donné par la formule du postulat 1.

Pour cela revenons aux équations de Lorentz. Une première constatation mathématique s'impose. On retrouve les équations de conservation de l'énergie de la relativité restreinte en quantifiant le « vide » spatio-temporel apparu dans le référentiel R sous le point O' (et donc sous le point A) lors du déplacement de la particule. C'est ce que nous allons voir.

On modélise la particule attachée au point O' comme étant constituée d'un seul point lumineux. Par conséquent la modélisation obtenue est celle décrite par la figure 3. On pourra vérifier par la suite que le raisonnement reste valable dans le cas général d'une particule composée de plusieurs points lumineux.

Quand la particule P se déplace du point O (sur la figure) au point A le long du segment de droite OA, le point lumineux qu'elle contient suit, lui, une trajectoire en forme de V, c'est à dire :

- a) 1^{ère} étape déplacement à la vitesse $+c$ le long de Ox, (trait en gras sur la figure).
- b) 2^{ème} étape : déplacement à la vitesse $-c$ le long de Ox (idem).

Lors de la 1^{ère} étape je pose l_1 comme longueur du déplacement, et l_2 (positif) est la longueur du déplacement de la 2^{ème} étape. Si x est la position du point A on a donc $x = vt = l_1 - l_2$. Cette position x est aussi la coordonnée de P dans R à cet instant t . En effet à cet instant t , dans R, la position de P coïncide avec le point A.

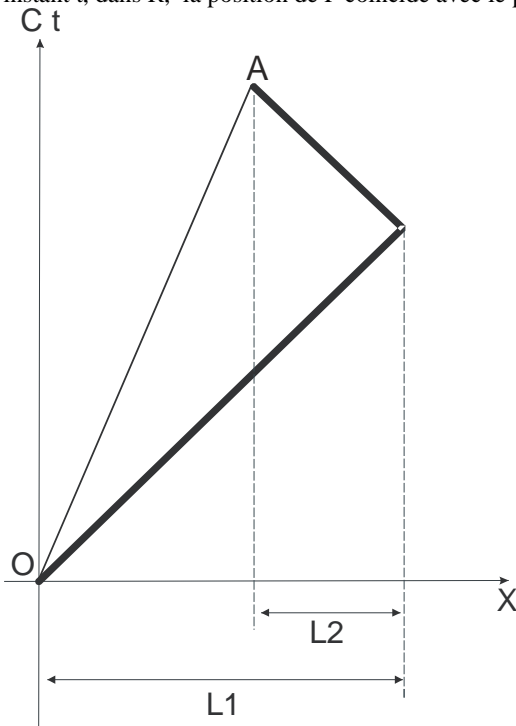


FIGURE 3

Ainsi on a :

$$ct = l_1 + l_2 \tag{1}$$

$$vt = l1 - l2$$

La surface, vue dans le plan $OxOxt$, du « vide » apparu dans R sous le point lumineux, lors de son trajet de O à A, est : $S = \frac{(l1+l2)^2}{2}$. Voir figure 4. En effet on a $S = \int ct dx = \int x dx = [x^2/2]$ de 0 à $cT=l1+l2 = (cT)^2/2 = (l1+l2)^2/2$.

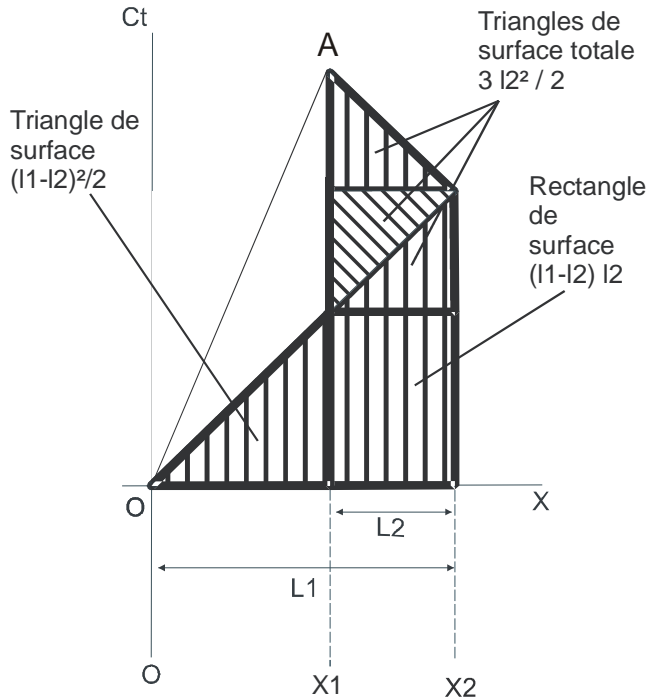


FIGURE 4

Ainsi on voit que cette surface est égale à l'aire du triangle rectangle inscrit dans un carré de coté $l1+l2$. Par ailleurs on peut exprimer cette surface ainsi :

$$\frac{(l1 + l2)^2}{2} = \frac{(l1 - l2)^2}{2} + 2 l1 l2 \tag{2}$$

$$S = Sa + S'$$

Où l'on a posé : $Sa = \frac{(l1 - l2)^2}{2}$, et $S' = 2 l1 l2$.

Sa est la partie *asymétrique* du vide généré par la particule. C'est la partie hachurée située entre $x=0$ et $x=x1$. Elle correspond au carré de l'énergie de mouvement $(mvc)^2/(1 - v^2/c^2)$. Elle est égale à l'aire du triangle situé en bas à gauche sur la figure 4. Elle vaut donc bien la moitié de l'aire du carré de coté $l1 - l2$ soit donc $\frac{(l1 - l2)^2}{2}$.

S' est la partie *symétrique* du vide généré par la particule dans son mouvement. Elle correspond au carré de l'énergie de masse de la particule au repos c'est-à-dire vue dans R, $(mc^2)^2$. On a :

$$S' = S+ + S-$$

- $\frac{(l1 - l2) l2}{2}$ est l'aire du rectangle positionné sous les 3 triangles d'aire $l2^2/2$. Voir figure 4. C'est donc ce qu'il faut rajouter à chaque fois pour calculer les vides $S+$ et $S-$.
- $S+$ est la partie de vide générée par le mouvement de P de longueur $+l2$ dans son trajet de $x = x1 = l1 - l2$ à $x = x2 = l1$. On a donc : $S+ = l2(l1-l2) + \frac{1}{2} l2^2$
- $S-$ est la partie de vide générée par le mouvement de P de longueur $+l2$ dans son trajet de $x=x2 = l1$ à $x = x1 = l1-l2$. On a donc : $S- = l2(l1-l2) + \frac{3}{2} l2^2$ (au dessus du rectangle il faut prendre en compte 3 triangles de coté $l2$).

Au final on a :

$$S' = S+ + S-$$

$$= 2 l2(l1-l2) + \frac{1}{2} l2^2 + \frac{3}{2} l2^2$$

$$= 2 I_1 I_2 \quad \text{conformément à l'équation (2).}$$

Ainsi on constate :

- o L'énergie de mouvement correspond au vide asymétrique, S_a , généré.
- o L'énergie de masse mc^2 correspond au vide symétrique, S' , généré par la particule dans son mouvement.

De ces constatations nous allons poser un principe physique et un opérateur.

Tout d'abord l'étude précédente nous a montré une analogie entre le carré de l'énergie et le vide spatio-temporel généré. Elle nous a permis de constater le principe physique qui suit.

PRINCIPE PHYSIQUE :

<< La masse d'une particule est proportionnelle au vide qu'elle génère de façon symétrique dans l'espace-temps, après avoir évoluée de façon asymétrique >>.

L'étude précédente retrouve alors l'équation relativiste de l'énergie à partir de ce principe. On en déduit alors la valeur du coefficient relativiste $\sqrt{1 - v^2/c^2}$. A partir de cela, et des postulats 1 et 2, on retrouve donc la relativité restreinte en totalité.

Revenons à l'équation (2). Pour obtenir l'équation équivalente pour les densités énergétiques, il faut diviser chaque terme de cette équation par la valeur $(I_1 + I_2)/2$ qui est la valeur de l'énergie totale de la particule.

$$1 = \frac{(I_1 - I_2)^2}{(I_1 + I_2)^2} + \text{oper}(I_1, I_2) \quad (3)$$

Avec $\text{oper}(I_1, I_2) = \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{(I_1 + I_2)/2}$

L'opérateur introduit est le rapport entre la moyenne algébrique et la moyenne arithmétique.

On note qu'il est égal au coefficient relativiste $\sqrt{1 - v^2/c^2}$.

En effet, à partir de (1), on a : $2 I_1/ct = 1 + v/c$ et $2 I_2/ct = 1 - v/c$, d'où :

$$\sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{(I_1 + I_2)/2}$$

Remarquons de même que l'équation (3) s'écrit aussi : $1 = \sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)$ où α est l'angle du basculement spatio-temporel du postulat 1.

Cette dernière étude des équations de Lorentz nous a donc conduits à retenir un postulat, un principe physique et un opérateur.

Nous allons maintenant utiliser cet opérateur pour postuler enfin le mode de détermination de l'espace-temps absolu de la relativité générale.

Le postulat qui suit ne fait que généraliser la constatation précédente effectuée sur les équations de Lorentz.

POSTULAT 3 (version statique)

<<La forme de l'espace dans l'espace-temps est déterminée en tout point par le rapport des longueurs spatiales infinitésimales, ds le long de la ligne d'espace, et dx sa longueur projetée sur Ox . Ce rapport est égal en tout point à l'opérateur relativiste appliqué aux 2 valeurs suivantes :

- a) intégrale des hauteurs de vide des déformations spatio-temporelles propagées dans le sens x croissant
- b) intégrale des hauteurs de vide des déformations spatio-temporelles propagées dans le sens x décroissant

>>

En clair :

$$dx/ds = \text{oper}(L_1, L_2)$$

Où L_1 et L_2 sont les 2 intégrales précitées.

Il est écrit ci-dessus que L_1 et L_2 sont des intégrales de hauteurs de vide des « déformations propagées ». Il est nécessaire de décrire comment ces « déformations spatio-temporelles » se propagent.

Le mécanisme est très similaire à celui de vagues propagées par le mouvement d'un bateau à la surface de l'eau. Considérons le schéma précédent de la figure 1. La déformation initiale concerne le plan OxOct.

Les propagations dans l'espace-temps de cette déformation s'effectuent elles sur les dimensions spatiales restantes, c'est à dire Oy et Oz, ainsi que plus génériquement sur toute direction Or, demi-droite partant de O et contenue dans le plan Oyz.

La forme de ces déformations *propagées* est à chaque fois exactement la même que celle de la déformation *initiale* sur Ox ct, (basculement spatio-temporel représenté figure 1) sauf que elles concernent le plan Or ct. La hauteur de cette déformation propagée s'atténue au fur et à mesure de la propagation (au fur et à mesure que r augmente). La loi d'atténuation, g, sera vue plus loin. A chaque instant cette déformation est ainsi émise par le <<point lumineux>>, de sorte que, comme dans le cas du bateau, la déformation finalement propagée globalement est l'enveloppe de toutes ces propagations de déformation. (Dans le cas du bateau cette enveloppe a la forme du V que forme le sillage des vagues du bateau).

Enfin, précédemment on a relié la déformation initiale spatio-temporelle à l'apparition d'un vide « spatio-temporel ». Que devient ce vide lors de la propagation de cette déformation ? Il se propage aussi. Il concerne les 3 dimensions y, z, et ct.

Enfin l'intégrale L1 est calculée pour toutes les déformations infinitésimales propagées et reçues. Une déformation dI1 infinitésimale reçue est telle que $dI^2 = k d^2V$ ou k est une constante et d^2V le vide propagé avec la déformation spatio-temporelle. De même pour L2, sauf que cette fois les déformations proviennent de l'autre sens de propagation (sur le même axe de propagation).

Etudions le résultat final de toutes les déformations propagées qui sont reçues en un même point M au même instant. Il est nécessaire de calculer l'opérateur « relativiste » du postulat 3 pour chacune des directions spatiales de propagations. On obtient alors la déformation finale. La seule question est celle du mode de contribution des déformations de toutes ces directions afin d'obtenir le résultat final. Ce résultat final doit être la déformation spatio-temporelle résultante au point M. Il sera donc nécessaire de généraliser l'opérateur en un 2^{ème} opérateur plus général prenant en compte toutes les directions de propagations spatiales. Le résultat donné par ce 2^{ème} opérateur généralisé doit être la fameuse déformation spatio-temporelle finale au point M. Il sera probablement utile de recourir à un socle mathématique comme celui des quaternions pour cela. Dans cet article cette complexité ne sera pas vue car heureusement pas nécessaire.

On calcule donc bien l'angle α de déformation du postulat 1, en appliquant les postulats 2 et 3. Mais nous avons surtout obtenu au passage un mode de détermination de la forme de l'espace dans l'espace-temps.

Nous pouvons maintenant étudier la loi de Newton.

Le cas étudié est celui d'une particule ponctuelle de masse M isolée dans un espace rempli uniformément d'une densité énergétique constante et faible devant M. On suppose la particule positionnée en $x = y = z = 0$. Le cas étudié étant invariant par rotation de centre O, on s'intéresse donc uniquement à Ox avec $x > 0$, et à l'axe des temps ct.

Comment évolue la pente locale $tg(\alpha)$ de la ligne d'espace, le long de l'axe Ox ?

Pour calculer cette pente on applique le principe précédent.

On considère un point P de l'espace-temps sur lequel se propage au moins une déformation de point lumineux appartenant à la masse M. On suppose l'abscisse x de P positif strict soit $x > 0$.

La particule de masse M propage au point P les déformations suivantes :

- L1m = g(x) Une fonction d'atténuation qui sera déterminée plus loin. (3')
- Propagation dans le sens des x croissants.
- L2m = 0 Pas de déformation propagée dans le sens des x décroissants, venant de M, car $x > 0$.

L'univers environnant de densité énergétique constante propage au point P les déformations suivantes :

- L1u Propagation dans le sens des x croissants, de la déformation (3'')
- L2u = L1u = Lu Même chose dans le sens des x décroissants car on suppose homogénéité totale.

On a donc :

$$L1 = L1m + L1u = Lu + g(x)$$

$$L2 = L2m + L2u = Lu$$

On obtient :

$$dx/ds = \text{oper}(Lu + g(x), Lu) \quad \text{application du postulat 3}$$

Calculons :

$$= \sqrt{(Lu + g(x)) Lu} / ((Lu + g(x)) + Lu)/2$$

$$= \sqrt{(Lu + g(x)) Lu} / (Lu + g(x)/2)$$

$$= \sqrt{(1 + g(x)/Lu)} / (1 + g(x)/2Lu)$$

Posons $e = g(x)/Lu$ (4)

$$= \sqrt{(1 + e)} / (1 + 1/2 e) \quad (5)$$

Approximation : x très grand donc g(x) faible devant Lu. Donc $e \ll 1$.

$$dx/ds \cong (1 + 1/2 e - 1/8 e^2) (1 - 1/2 e + (1/2 e)^2)$$

$$\cong 1 + 1/2 e - 1/8 e^2 - 1/2 e - 1/4 e^2 + (1/2 e)^2$$

$$\cong 1 - 1/8 e^2$$

$$= 1 - g(x)^2/8Lu^2 \quad (6)$$

Par ailleurs appliquons la formule de l'expression d'une force appliquée à une masse m en mouvement. L'équation relativiste classique est la suivante :

$$F \frac{dx}{dt} = \frac{dE}{dx} \quad \text{formule de la relativité avec } E = mc^2 / \sqrt{1 - v^2/c^2}; \quad v =$$

$$= \frac{d[mc^2 / \sqrt{1 - v^2/c^2}]/dt}{dt/dx} \quad E \text{ est l'énergie vue dans le référentiel R.}$$

$$= mc^2 (-1/2) (1 - v^2/c^2)^{-3/2} (-2v/c^2) \gamma (1/v)$$

$$= m \gamma (1 - v^2/c^2)^{-3/2} \quad \text{après calculs (classiques), avec } \gamma = d^2x/dt^2$$

$$= m dv/dt (1 - v^2/c^2)^{-3/2}$$

$$= m dv/dx \cdot dx/dt (1 - v^2/c^2)^{-3/2}$$

$$= m dv/dx \cdot v (1 - v^2/c^2)^{-3/2}$$

Prenons maintenant le cas d'une particule de masse négligeable au repos à l'infini. C'est bien avec ce cas particulier (ou celui d'une masse m nulle) que l'on peut appliquer le principe de la relativité générale : la trajectoire de cette particule suivra une géodésique de l'espace-temps.

On a donc pour tout x, $v = c \operatorname{tg}(\alpha)$ ou α est la pente de la courbe $ct = f(x)$ recherchée, qui est la ligne de l'espace recherchée.

En effet ceci est l'application directe du principe physique de « suivi des géodésiques » de la relativité générale.

D'où :

$$F = mc^2 \frac{d}{dx}(\operatorname{tg}(\alpha)) \operatorname{tg}(\alpha) (1 - \operatorname{tg}(\alpha)^2)^{-3/2} \quad (7)$$

Avec $\operatorname{tg}(\alpha) = v/c$

Or on a

$$\cos(\alpha) = \frac{dx}{ds} \quad \text{car } \alpha \text{ est bien l'angle de la courbe recherchée}$$

$$\cong 1 - g(x)^2/8Lu^2 \quad \text{équation (6) précédente}$$

D'où, pour la pente recherchée :

$$\operatorname{tg}(\alpha)^2 = \frac{1}{\cos(\alpha)^2} - 1$$

$$\cong \frac{1}{(1 - g(x)^2/8Lu^2)^2} - 1$$

$$\cong \frac{(1 + g(x)^2/4Lu^2)}{g(x)^2/4Lu^2} - 1$$

$$= \frac{g(x)^2/4Lu^2}{g(x)^2/4Lu^2}$$

Après un développement limité de e jusqu'à l'ordre 2, effectué à l'annexe 2, on obtient :

$$F = - mc^2R / x^2 (1 - 3\sqrt{(2R/x)} + 19R/x) \tag{13}$$

On retrouve bien l'équation de NEWTON pour le cas particulier des longues distances :

$$F_0 = - mMG / x^2$$

Mais on constate la soustraction d'un terme en 1/x(5/2) pour les autres cas :

$$F = F_0 + 3\sqrt{2} mc^2 R(3/2) x(-5/2)$$

La force gravitationnelle est donc plus faible que celle prévue par l'équation de NEWTON, pour les (moyennes et) petites distances.

Cependant ceci n'explique pas le mystère de la courbe de vitesse non Képlérienne des étoiles dans les galaxies. En effet les confrontations avec les valeurs cosmologiques montrent que cette correction n'explique pas le mystère de l'évolution de la vitesse des étoiles dans les galaxies. Voir annexe 3.

Pour obtenir cette correction il faut prendre en compte les étoiles dans la galaxie.

Pour cette prise en compte on doit supposer le point P situé au milieu de ces étoiles c'est-à-dire à l'intérieur de la galaxie étudiée. La déformation propagée par ces étoiles et reçue au point P est approximativement proportionnelle à la densité d'étoiles environnantes.

Nous allons supposer, dans un premier temps, que la densité de matière dans une galaxie évolue en 1/x².

On peut donc ajouter ce terme supplémentaire à L1u (voir (3'') précédent).

Les étoiles environnantes propagent au point P les déformations suivantes :

$$L1e = L2e = q/x \quad \text{où } q \text{ est une constante}$$

En effet, une évolution de densité de matière en 1/x² implique une évolution de la contribution asymétrique L1e = g(x) en 1/x. Se reporter à l'équation (4) puis à l'annexe 5 pour les explications de détail.

Les expressions des quantités de déformations L1 et L2 reçues au point P deviennent :

$$\begin{aligned} L1 &= L1u + L1m + L1e = Lu + g(x) + q/x \\ L2 &= L2u + L2m = Lu + q/x \end{aligned}$$

Il est plus propre d'écrire cela de façon homogène et en utilisant le résultat de l'étude précédente :

$$\begin{aligned} L1 &= Lu (1 + \sqrt{(8R/x)} + r/x) \\ L2 &= Lu (1 + r/x) \end{aligned}$$

r est le « rayon » à partir duquel l'effet gravitationnel des étoiles environnantes se fait ressentir.

L'équation précédente de e, donnant le coefficient relativiste, se modifie alors de la façon suivante.

$$e = \frac{\sqrt{(8R/x)}}{1 + r/x} \quad \begin{array}{l} \text{propagation « asymétrique » reçue} \\ \text{propagation « symétrique » reçue} \end{array} \tag{14}$$

Les autres équations restent inchangées :

$$\begin{aligned} \cos(\alpha) &= dx/ds \\ &= \sqrt{(1 + e) / (1 + 1/2 e)} \\ \text{tg}(\alpha) &= \sqrt{(1/\cos^2(\alpha) - 1)} \\ F &= mc^2 d(\text{tg}(\alpha))/dx \quad \text{tg}(\alpha) (1 - \text{tg}^2(\alpha))(-3/2) \\ m v^2 / x &= F \quad \text{force centrifuge dans les galaxies} \\ v &= \sqrt{(F x / m)} \end{aligned}$$

Cette nouvelle loi de Newton (expression de F) est compliquée. On peut la calculer par ordinateur. Cela est effectué par les 2 derniers programmes de l'annexe 1

La courbe rouge qui suit représente l'évolution de la vitesse v nouvellement calculée.

On a posé $r = 1$ kpc. Cette valeur a été ajustée de façon à obtenir la meilleure courbe rouge possible.

De toutes façons la loi d'évolution en $1/x^2$ pour la densité de matière n'est probablement pas parfaite. Il serait bien sur préférable d'utiliser la courbe *mesurée* de la densité de matière visible dans une galaxie.

La courbe rouge représente la vitesse d'une étoile dans la voie lactée, c'est-à-dire la vitesse d'une étoile située entre 1 et 15 kilo-parsec du centre de la voie lactée. L'abscisse x représente cette distance entre l'étoile et le centre de la voie lactée. L'unité utilisée pour x est le mètre. L'ordonnée, y , représente la vitesse en mètre par seconde.

La courbe bleue représente la vitesse résultante de la loi classique de Newton non corrigée.

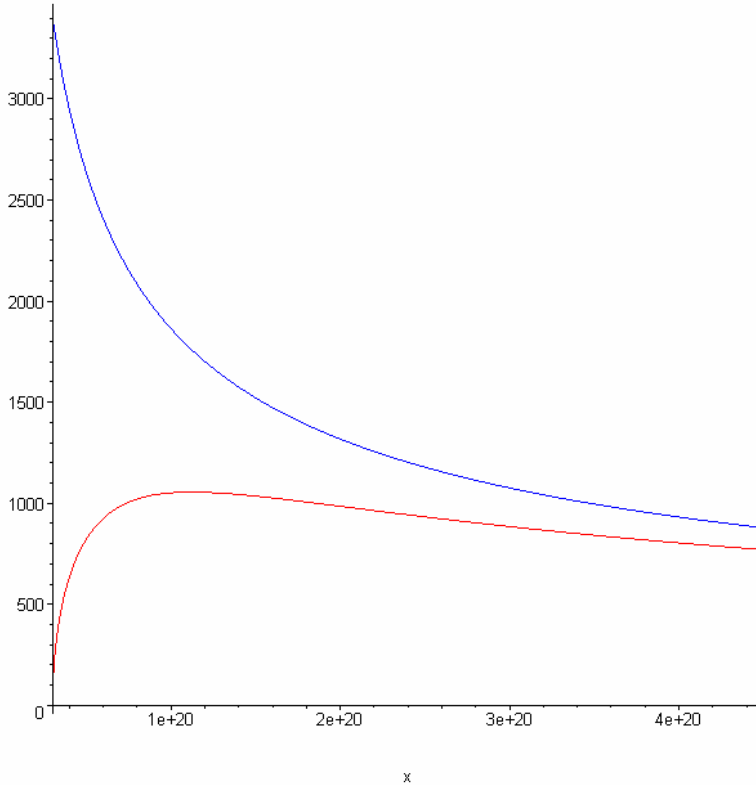


FIGURE 5

On explique la variation des vitesses des étoiles dans une galaxie.

En tous cas l'explication est bonne pour des distances x dans la voie lactée comprises entre 3 et 15 kpc (sur la figure entre 10^{20} et $4 \cdot 10^{20}$ mètres).

Cependant l'évolution de la vitesse entre $x = 3$ et 15 kpc est de 25 %. Elle est encore supérieure à celle mesurée.

Mais le modèle utilisé pour obtenir cela était celui d'une évolution de la densité de matière galactique en $1/x^2$. Cette évolution est peut-être plus lente en réalité à cet endroit là de la voie lactée.

On notera que de toutes façon la figure 5 ci-dessus est fautive quantitativement. En effet les vitesses indiquées pour les étoiles sont d'environ 1000 m/sec. Or les vitesses mesurées sont en réalité de 220 km/sec soit 5 fois inférieures. Il est nécessaire d'utiliser l'évolution mesurée de la densité de matière.

De l'autre côté, pour des distances supérieures à 15 kpc, la figure 5 ci-dessus montre bien que les 2 courbes finissent par se rejoindre.

Ceci rappelle que pour le cas d'un système planétaire cette correction de la loi de Newton n'a pas d'effet.

Mais par contre cette correction a lieu dans les galaxies à cause de la présence d'une forte densité de matière environnante, à l'intérieur des galaxies. Cette densité de matière environnante non négligeable est celle des étoiles de la galaxie.

C'est en ce sens au moins qu'on peut affirmer que cette correction de la loi de Newton explique la faible variation des vitesses des étoiles dans une galaxie.

Enfin pour les distances inférieures à 3 kpc, la courbe théorique obtenue est du même type que celle mesurée. Notre correction de la loi de Newton explique la nature «solide» du centre galactique.

Se reporter à l'annexe 1 pour plus de précisions sur les figures utilisées.

Enfin on notera que l'étude qui précède prouve un âge fini pour l'univers (en supposant la densité de matière constante dans l'univers, dans le temps et dans l'espace).

En effet, «l'intégrale» (plus exactement la série) de volume $\int \rho/\sqrt{x} dx$, calculée sur le volume entier de l'univers ne converge pas si ce volume d'intégration est infini. (ρ est une constante proportionnelle à la densité de matière). Or, cette intégrale détermine la valeur de «Lu», le coefficient fini qui a été utilisé dans les calculs précédents et qui représente la contribution des énergies de l'univers à la déformation reçue en un point P quelconque. Par contre il n'y a pas de moyens de calculer la valeur de cet âge fini. En effet pour cela il faudrait connaître la valeur de ρ . Or l'étude de ce document ne permet pas de calculer cette valeur.

En conclusion cette nouvelle modélisation de l'espace-temps permet de retrouver la relativité restreinte et générale. Il s'agit cependant plus qu'une simple version euclidienne de la relativité, comme le montrent les postulats 1 et 2.

Il suffit alors d'ajouter un 3^{ème} postulat pour retrouver de plus une explication des « masses manquantes » dans les galaxies expliquée par une modification de la loi de Newton.

Cette correction de la loi de Newton est conçue de façon à retrouver exactement la loi de Newton dans le cas de masses ponctuelles et des grandes distances. On utilise la modélisation habituelle de la loi de Newton avec 2 masses ponctuelles en jeu, une masse attractive M, et une masse attirée m, avec $m \ll M$.

On retrouve donc par construction la loi de Newton, pour les grandes distances entre m et M. Mais on constate alors immédiatement une correction de la loi de Newton dans le cas des faibles distances. Cette correction se produit en fait pour des vitesses relativistes (vitesse v de la masse m proche de c).

Mais le résultat important de cette correction de la loi de Newton survient à partir du moment où l'on fait intervenir la présence des étoiles de la galaxie dans le modèle.

Dans ce cas les masses en jeu ne sont plus seulement ponctuelles, avec m (masse attirée) et M (centre galactique assimilé à un point). En effet un 3^{ème} intervenant entre en jeu, qui sont les étoiles de la galaxie. La modélisation utilisée pour ces étoiles est celle d'une répartition localement uniforme de matière, ayant donc une certaine densité locale. C'est l'évolution de cette densité de matière qui reste à préciser. Dans ce document, faute de mieux, on a utilisé une évolution de cette densité de matière en $1/x^2$ puis en $1/x$.

On constate alors une très forte correction de la loi de Newton.

Mais surtout la courbe de vitesse des étoiles dans les galaxies, obtenue avec cette nouvelle loi de Newton, semble être très proche des mesures expérimentales. Cette similitude courbe théorique/ courbe mesurée reste même valable pour la partie dite «solide» de la galaxie, c'est-à-dire la plus proche du centre galactique, dans laquelle les vitesses mesurées sont presque proportionnelles à la distance au centre.

Ce résultat reste néanmoins à affiner en utilisant une évolution de densité de matière plus réaliste. L'idéal serait bien sûr d'utiliser la valeur exacte mesurée pour cette densité de matière des étoiles dans les galaxies.

Reste à savoir si le modèle décrit dans cet article est cohérent avec la physique actuelle.

En réponse à cette dernière question on remarquera que cette modélisation est conforme avec une théorie unificatrice appelée « théorie physique des trois éléments » * et dont un exemplaire est disponible sur <http://lumi.chez-alice.fr>.

* : ce nom « trois éléments » ne convient pas et sera changé plus tard.

1) Vitesse des étoiles dans une galaxie, SANS prise en compte de l'effet des étoiles

En bleu avec la loi de Newton.

En rouge avec la loi de Newton corrigée SANS prise en compte de l'effet des étoiles.

On utilise la formule $v = \sqrt{Fx/m}$

avec $m = 1 \text{ kg}$.

Où F est la force gravitationnelle.

L'abscisse x (en mètres) est la distance qui sépare l'étoile du centre de la galaxie. L'ordonnée y représente la vitesse v (en m/s) de l'étoile dans son mouvement autour du centre galactique.

Les distances sont comprises entre R (rayon de Schwarzschild) et $40 R$, elles sont donc faibles par rapport à la taille de la galaxie. Une différence apparaît cependant entre les 2 courbes. Cette différence devient par contre insignifiante pour des distances comprises entre 1 et 15 kpc.

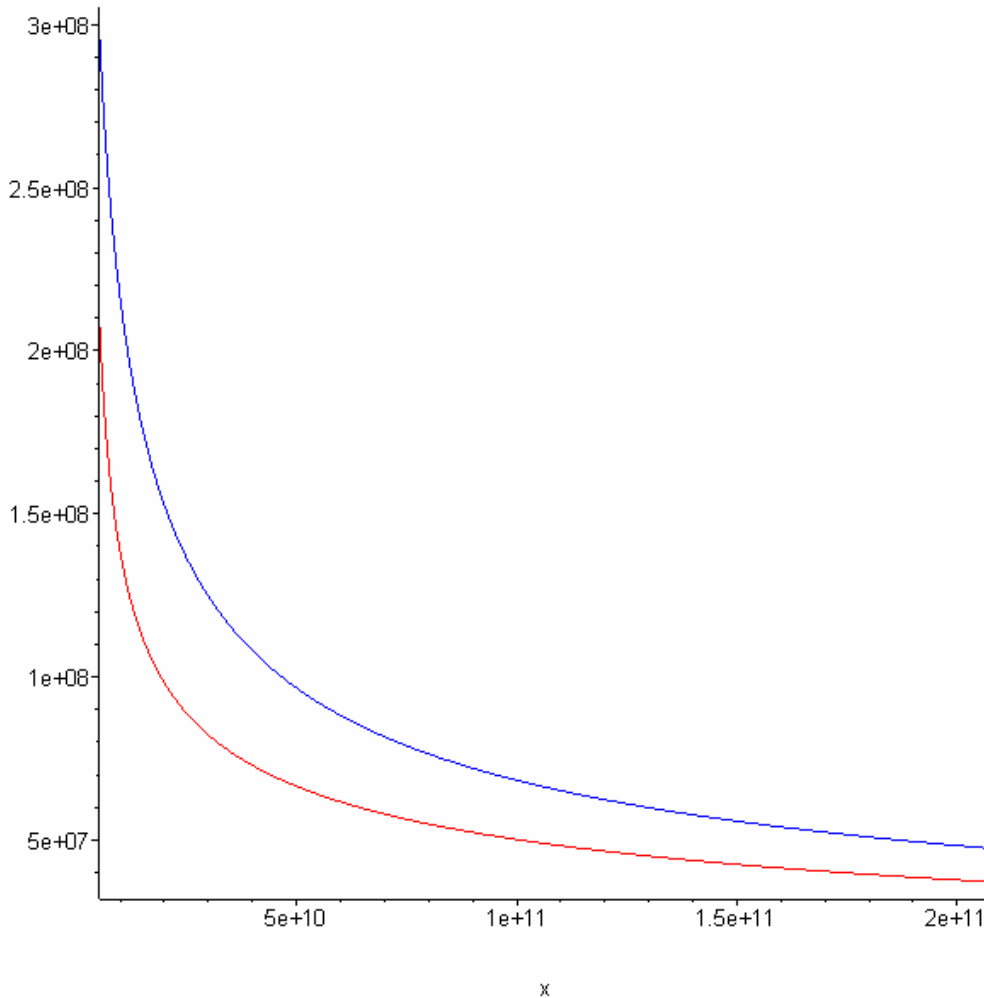


FIGURE 6

Programme MAPPLE ayant affiché cette figure :

```
Digits := 20; m:=1; M := 7 * 10**36 ; G := 6.6742867 * 10**(-11); c := 3 * 10**8; R := M*G/c**2;
e := sqrt(8*R/x) ;
cos2 := (1 + e) / ((1 + e/2)**2) ;
tg := sqrt( 1/cos2 - 1) ;
F := - m * c**2 * diff(tg,x) * tg * (1 - tg**2)**(-3/2) ;
FN := m * c**2 * R / x**2 ;
```

```
v := sqrt( F * x / m );
vn := sqrt( FN * x / m );
plot([v(x), vn(x)], x=R..40*R, color=[red,blue], style=[line,line], numpoints=1000);
```

2) Vitesse des étoiles dans une galaxie, AVEC prise en compte de l'effet des étoiles

En bleu avec la loi de Newton.

En rouge avec la loi de Newton corrigée AVEC prise en compte de l'effet des étoiles.

On utilise la formule $v = \sqrt{Fx/m}$

avec $m = 1$ kg.

Où F est la force gravitationnelle.

On a posé $r = 1$ kpc. Cette valeur a été ajustée de façon a obtenir la meilleure courbe rouge possible.

L'abscisse x (en mètres) est la distance qui sépare l'étoile du centre de la galaxie. L'ordonnée (en m/s) représente la vitesse v de l'étoile dans son mouvement autour du centre de la galaxie.

Les distances considérées sont comprises entre 1 et 15 kpc, ce sont celles des étoiles dans la voie lactée. Cette fois la différence entre les 2 courbes est très nette.

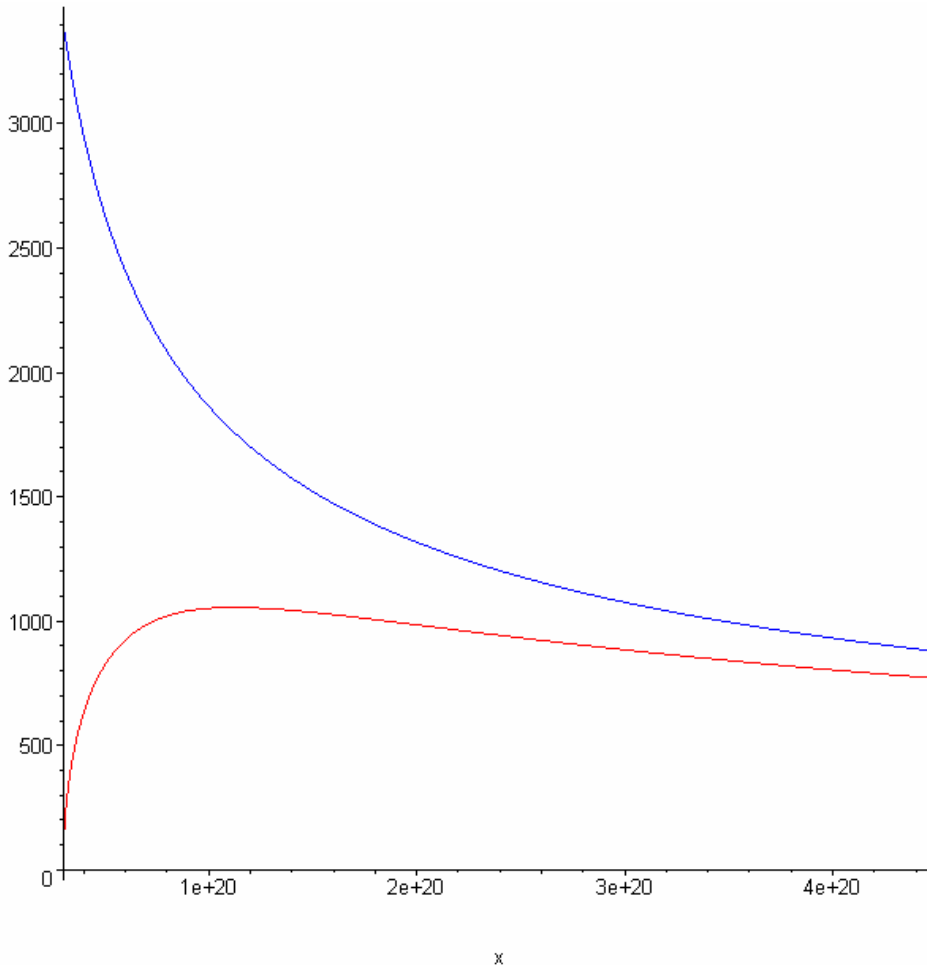


FIGURE 9

Programme MAPPLE ayant affiché cette figure :

```
Digits := 30; m:=1; M := 5.2 * 10**36 ; G := 6.6742867 * 10**(-11); c := 3 * 10**8; R := M*G/c**2; kpc := 3 * 10**19 ;
r := 1 * kpc;
e := sqrt(8*R/x) / (1 + r/x);
cos2 := (1 + e) / ((1 + e/2)**2);
tg := sqrt( 1/cos2 - 1);
F := - m * c**2 * diff(tg,x) * tg * (1 - tg**2)**(-3/2);
FN := m * c**2 * R/(x**2);
v := sqrt( F * x / m );
vn := sqrt( FN * x / m );
plot([v(x),vn(x)], x=1*kpc..15*kpc, color=[red,blue], style=[line,line], numpoints=1000);
```

ANNEXE 2

Calculs de la 1^{ère} correction de la loi de NEWTON

$$F = mc^2 \frac{d}{dx} \left\{ \sqrt{ \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right) - 1 \right] } \right\} \frac{ \sqrt{ \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right) - 1 \right] } }{ \left\{ 2 - \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right) \right\} (-3/2)}$$

1) Calcul de dérivée :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left\{ \sqrt{ \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right) - 1 \right] } \right\} \\ = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right) - 1 \right]^{-1/2} (f'g - fg')/g^2 \\ = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right) - 1 \right]^{-1/2} (f'g - fg')/g^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f &= \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 \\ f' &= 2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right) \frac{p}{2} (-1/2) x^{-3/2} \\ &= -\frac{p}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right) x^{-3/2} \\ g &= \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right) \\ g' &= p (-1/2) x^{-3/2} \\ &= -\frac{p}{2} x^{-3/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f'g - fg')/g^2 &= \left[-\frac{p}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right) x^{-3/2} \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 \left(-\frac{p}{2} \right) x^{-3/2} \right] / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 \\ &= \left(\frac{p}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right) x^{-3/2} \left[- \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right) + \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right) \right] / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 \\ &= \left(\frac{p}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right) x^{-3/2} \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{p}{\sqrt{x}} / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 \\ &= - \left(\frac{p^2}{4} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right) x^{-3/2} \frac{p}{\sqrt{x}} / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 \\ &= - \left(\frac{p^2}{4} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right) x^{-3/2} / \left[\left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 \sqrt{x} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left\{ \sqrt{ \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right) - 1 \right] } \right\} \\ = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right) - 1 \right]^{-1/2} \left[- \left(\frac{p^2}{4} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right) x^{-3/2} \right] / \left[\left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 \sqrt{x} \right] \\ = - \left(\frac{p^2}{8} \right) \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right) - 1 \right]^{-1/2} \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right) x^{-3/2} \right] / \left[\left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 \sqrt{x} \right] \end{aligned}$$

$$F = - mc^2 \frac{p^2/8 \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right) - 1 \right]^{-1/2} \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right) x^{-3/2} \right]}{\left[\left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 \sqrt{x} \right] \sqrt{ \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right) - 1 \right] } \left\{ 2 - \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{x}} \right)^2 / \left(1 + \frac{p}{\sqrt{x}} \right) \right\} (-3/2)}$$

2) Simplification :

Posons e = p/√x

$$F = - m c^2 \frac{p^2/8 \sqrt{x} \left[\left(1 + \frac{1}{2} e \right)^2 \left(1 + e \right) (-1) - 1 \right]^{-1/2} \left(1 + \frac{1}{2} e \right) x^{-3/2} \left(\left(1 + e \right) (-2) \right)}{\sqrt{ \left[\left(1 + \frac{1}{2} e \right)^2 \left(\left(1 + e \right) (-1) \right) - 1 \right] } \left[2 - \left(1 + \frac{1}{2} e \right)^2 \left(\left(1 + e \right) (-1) \right) \right] (-3/2)}$$

$$F = - m c^2 \frac{p^2/8 \sqrt{x} \left(1 + \frac{1}{2} e \right) x^{-3/2} \left(\left(1 + e \right) (-2) \right)}{\left[2 - \left(1 + \frac{1}{2} e \right)^2 \left(\left(1 + e \right) (-1) \right) \right] (-3/2)} \quad \text{Grosse simplification ici}$$

$$F = - m c^2 \frac{p^2/8 x^2 \left(1 + \frac{1}{2} e \right) \left(\left(1 + e \right) (-2) \right) \left[2 - \left(1 + \frac{1}{2} e \right)^2 \left(\left(1 + e \right) (-1) \right) \right] (-3/2)}{\quad} \quad \text{(A)}$$

$$F = - mMG / x^2 \frac{1 + \frac{1}{2} e}{\left(1 + e \right)^2 \left[2 - \left(1 + \frac{1}{2} e \right)^2 / \left(1 + e \right) \right] (3/2)}$$

$$F = - mMG / x^2 \frac{1 + \frac{1}{2} e}{\left(1 + e \right)^2 \left[\left(2(1+e) - \left(1 + \frac{1}{2} e \right)^2 \right) / \left(1 + e \right) \right] (3/2)}$$

$$F = - mMG / x^2 \frac{1 + \frac{1}{2} e}{\left(1 + e \right)^2 \left[\left(2+2e - 1 - e - \frac{1}{4} e^2 \right) / \left(1 + e \right) \right] (3/2)}$$

$$F = - mMG / x^2 \frac{1 + \frac{1}{2} e}{(1 + e)^2 [(1 + e - \frac{1}{4} e^2) / (1 + e)] (3/2)}$$

$$F = - mMG / x^2 \frac{1 + \frac{1}{2} e}{\sqrt{(1 + e)} (1 + e - \frac{1}{4} e^2)(3/2)}$$

Avec $e = p/\sqrt{x} = 2\sqrt{(2MG)} / c\sqrt{x}$:

$$F = - mMG / x^2 \frac{1 + \sqrt{(2MG)} / c\sqrt{x}}{\sqrt{(1 + 2\sqrt{(2MG)} / c\sqrt{x})} (1 + 2\sqrt{(2MG)} / c\sqrt{x} - \frac{1}{4} (2\sqrt{(2MG)} / c\sqrt{x})^2)(3/2)}$$

$$F = - mMG / x^2 \frac{1 + \sqrt{(2MG)} / c\sqrt{x}}{\sqrt{(1 + 2\sqrt{(2MG)} / c\sqrt{x})} (1 + 2\sqrt{(2MG)} / c\sqrt{x} - 2MG / c^2 x)(3/2)}$$

$$F = - mMG / x^2 \frac{1 + \sqrt{(2R)} / \sqrt{x}}{\sqrt{(1 + 2\sqrt{(2R)} / \sqrt{x})} (1 + 2\sqrt{(2R)} / \sqrt{x} - 2R/x)(3/2)} \quad (B)$$

Où R est le rayon de Schwarzschild : $R = MG/c^2$.

3) Développement limité :

Reprenons à partir de l'équation (A) :

$$F = - mc^2 p^2 / 8x^2 \frac{(1 + \frac{1}{2} e)}{(1 - 2e + (-2)(-3)/2 e^2) [2 - (1 + e + 1/4 e^2) (1 - e + e^2)] (-3/2)}$$

$$F = - mc^2 p^2 / 8x^2 \frac{(1 + \frac{1}{2} e)}{(1 - 2e + 3e^2) [2 - (1 - e + e^2 + e(1 - e + e^2) + 1/4 e^2)] (-3/2)}$$

$$F = - mc^2 p^2 / 8x^2 \frac{((1 + \frac{1}{2} e) - 2e(1 + \frac{1}{2} e) + 3e^2)}{[2 - (1 - e + e^2 + e - e^2 + 1/4 e^2)] (-3/2)}$$

$$F = - mc^2 p^2 / 8x^2 \frac{(1 - 3/2 e + 2e^2)}{[1 - 1/4 e^2] (-3/2)}$$

$$F = - mc^2 p^2 / 8x^2 (1 - 3/2 e + 2e^2) (1 + 3/8 e^2)$$

$$F = - mc^2 p^2 / 8x^2 (1 + 3/8 e^2 - 3/2 e + 2e^2)$$

Avec $e = p/\sqrt{x}$, soit :

$$F = - mc^2 p^2 / 8x^2 (1 - 3/2 p/\sqrt{x} + 19/8 p^2/x)$$

$$F = - mc^2 p^2 / 8x^2 (1 - (3p/2)/\sqrt{x} + (19p^2/8)/x)$$

1) Etude de l'équation (12)

a) Effet de la correction de la loi de Newton

Pour savoir à partir de quelle valeur de x la nouvelle loi de Newton diffère sensiblement de la loi de Newton actuelle, il faut comparer le terme $3\sqrt{(2R/x)}$ avec la valeur 1.

$$3\sqrt{(2R/x)} \quad \% \quad 1.$$

$$x \quad \% \quad \mathbf{18 R} \quad \underline{\text{Comparaison de la distance x avec le rayon de Schwarzschild (A)}}$$

18 fois le rayon de Schwarzschild.

Cela revient aussi à comparer :

$3\sqrt{(2MG)/c}\sqrt{x}$	%	1	
$3\sqrt{2}\sqrt{(F/m)/c}\sqrt{x}$	%	1	car $F = mMG/x^2$
$4.2\sqrt{(F/m)}\sqrt{x}$	%	c	
18 F x	%	m c²	<u>comparaison énergétique (B)</u>

Dans la suite on comparera Fx/mc^2 par rapport à 1.

$18 m v^2/x$	x	%	$m c^2$	car $F = m v^2/x$ en mécanique classique, pour une masse m en orbite autour de la masse M.
$18 v^2$		%	c^2	

$$v \quad \% \quad \mathbf{0.23 c} \quad \underline{\text{Comparaison de la vitesse v avec c (C)}}$$

En fait il s'agit de tester si la vitesse de la masse m en orbite détient oui ou non une vitesse relativiste.

b) Calcul de la position du point singulier

Voir l'équation (11').

Le dénominateur s'annule pour :

$$1 + e - \frac{1}{4} e^2 = 0$$

$$\Delta = 32 = (4\sqrt{2})^2$$

$$e = 2(1 + \sqrt{2}) = p/\sqrt{x}$$

$$\begin{aligned} x &= p^2/4(1 + \sqrt{2})^2 \\ &= p^2/4(3 + 2\sqrt{2}) \\ &= p^2/4(3 + 2\sqrt{2}) \\ &= (2\sqrt{(2MG)/c})^2/4 \cdot 1/(3 + 2\sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \mathbf{2(3 - 2\sqrt{2}) MG/c^2} \\ &= \mathbf{0.34 MG/c^2} \end{aligned}$$

Est le point singulier pour la nouvelle loi de NEWTON :

X = 0.34 R

Où : **R** est le rayon de Schwarzschild actuel.
X est la position du point singulier.

c) Calcul des rayons de Schwarzschild :

Rayon de Schwarzschild actuel

$$E_{totale} = m c^2 = E_{cin} + E_{pot} + K$$

$$= E_{cin} + - mMG/x + K$$

A l'infini :

$$m c^2 = 0 + 0 + K$$

d'où :

$$K = m c^2$$

et :

$$m c^2 = E_{cin} + - mMG/x + m c^2$$

soit :

$$E_{cin} = mMG / x$$

Pour $x = R$, au bord du trou noir par définition on a $E_{cin} = m c^2$:

$$m c^2 = mMG/R$$

D'où :

$$R = MG/c^2$$

Nouveau rayon de Schwarzschild

Pour calculer le nouveau rayon de Schwarzschild il est nécessaire de savoir calculer la primitive de la nouvelle loi de Newton. Cette nouvelle loi de Newton est donnée par l'équation (12).

Une estimation numérique pourrait suffire avec les valeurs précédentes, et $m = 1$. Cette estimation consiste d'abord à trouver la solution de l'équation différentielle suivante :

$$f'(x) = F(x) \quad \text{Ou } F \text{ est l'équation (12)}$$

Ensuite on en déduit $f(x)$ à la constante près. Retenir la primitive f donnant $f(\text{infini}) = 0$.

Ensuite calculer R' tel que :

$$f(R') = m c^2 \quad \text{avec } m = 1.$$

La valeur R' ainsi calculée est le nouveau rayon de Schwarzschild.

Les programmes Scilab qui suivent permettent de calculer « l'ancien » et le nouveau rayon de Schwarzschild, pour le centre de la voie lactée.

PROGRAMME 1 : Loi de Newton : CALCUL DE R

```

m=1; // kg
M = 5.2 * 10**36 ; // kg super trou noir voie lactee
G = 6.6742867 * 10**(-11); // m3 kg(-1) s(-2)
c = 3 * 10**8; // m/sec
k = m*M*G/10**11;
function ydot=f(x,y),ydot = k / (x**2), endfunction
y0=0; x0=-10;
x=-10 : 0.001 : -0.001;
y = ode(y0,x0,x,f)
z = y - m*c**2 ;
plot(x,y,10) ;
    
```

```
plot(x,z,10) // tests a la main de z(9962) : changement de signe entre x = 9962 et x = 9963
// entre 9962 et 9963: y = - (10000 - x)/1000 * 10**11
// = - (10000 - 9962)/1000 * 10**11
// = 3.8 10**9 m = MG/c² EXACT : programme SciLab VALIDE
```

PROGRAMME 2 : NOUVELLE loi de Newton : CALCUL DE R'

```
m=1; // kg
M = 5.2 * 10**36 ; // kg super trou noir voie lactee
G = 6.6742867 * 10**(-11); // m3 kg(-1) s(-2)
c = 3 * 10**8; // m/sec
p = 2*sqrt(2*M*G/10**11) / c;
function ydot=f(x,y),ydot = (m*c**2*p**2/(8*x**2)) * (1 + (p/sqrt(abs(x)))/2) * (1 + (p/sqrt(abs(x))))**(-1/2) * (1+
(p/sqrt(abs(x))) - (1/4)* (p/sqrt(abs(x)))**2)**(-3/2), endfunction
y0=0; x0=-10000;
x= -10 : 0.001: -0.001;
y = ode(y0,x0,x,f)
deff( "[z]=e(x)", "z= - k/x " );
z = y - m*c**2 ;
plot(x,y,10) ;
fplot2d(x,e,30);
plot(x,z,10) // R' est situé entre 9979 et 9980, car z(9979) est négatif, et z(9980) est positif.
// d'ou une valeur pour R' de : R' = - (10000 - 9979)/1000 * 10**11 = 2.1 10**9 m
```

R' = 2.1 109 m**

R' = 0.55 R

Remarque : ce coefficient 0.55 dépend peut-être de la valeur de R. Cela reste à déterminer mathématiquement.

2) Cas de la distance de la terre au soleil :

```
x = environ ? = 10**10 m
F = 1 N Par exemple
F x = 10**10 N m
M = 1 kg par exemple
m c² = 10**17
```

Donc $Fx/mc^2 = 10^{**(-7)}$ négligeable devant 1.

3) Cas de la voie lactée :

1 année lumière = 365 . 24 . 3600 . 300000000 m
 = 9.46 10**15 m

Soleil à 8,6 kpc du centre galactique :

```
x = 8,6 . 10**3 3.26 année lumiere
= 8,6 . 3.26 . 9.46 10**18 m
= 8,6 . 3.26 . 9.46 10**18 m
= 265.2 10**18 m
= 2.65 10**20 m
```

Période de révolution du soleil dans la galaxie 226 millions d'années

```
T = 226 10**6 an
= 365 . 24 . 3600 . 226 . 10**6 sec
= 7127136000 . 10**6 sec
= 7.13 . 10**15 sec

v = 2 pi / T . x
= 2 pi / (7.13 . 10**15) . 2.65 10**20 m/s
= 2 pi / 7.13 . 2.65 10**5 m/s
```

$$v = 233 \text{ km/s} = \text{environ} = 3.30 \cdot 10^{(-3)} \text{ } \mathbf{0.23 \text{ c}}$$

Diamètre de la galaxie : 30 kpc.

Etoile en bout de galaxie : $x = 30/2 = 15 \text{ kpc}$:

250 plutôt que 233 km/s pour la vitesse du soleil (vitesse revue récemment).

$$v = \frac{250 \cdot 15}{8.6} \text{ km/s} = 436 \text{ km/s} = \text{environ} = \mathbf{6.2 \cdot 10^{(-3)} \text{ } } \mathbf{0.23 \text{ c}}$$

<<En 2002, des astronomes ont suivi l'étoile S2 dans Sagittarius A*, et ont pu montrer qu'elle s'approchait jusqu'à une distance aussi proche que 17 heure lumière du trou noir central>> :

$$y = 17 \text{ heure lumière} \quad \text{position de cette étoile très proche du centre galactique}$$

$$= 17 \cdot 3600 \cdot 300000 \cdot 10^{**3} \text{ m}$$

$$= 17 \cdot 3.600 \cdot 3 \cdot 10^{**11} \text{ m}$$

$$= 183 \cdot 10^{**11} \text{ m}$$

$$= \mathbf{1.8 \cdot 10^{**13} \text{ m}}$$

Masse M du super trou noir de la voie lactée :

$$M = 2,6 \pm 0,2 \text{ millions de masses solaires}$$

$$= 2.6 \cdot 10^{**6} \cdot 2 \cdot 10^{**30} \text{ kg}$$

$$= 5.2 \cdot 10^{**36} \text{ kg}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{MG/c^2} \quad \text{voir calcul ci-dessous}$$

$$= 5.2 \cdot 10^{**36} \cdot 6,6742867 \cdot 10^{**(-11)} / (300000 \cdot 10^{**3})^2 \text{ m}$$

$$= 5.2 \cdot 6,67 / 3^2 \cdot 10^{**36} \cdot 10^{**(-11)} \cdot 10^{**(-16)} \text{ m}$$

$$= 5.2 \cdot 6,67 / 3^2 \cdot 10^{**36} \cdot 10^{**(-11)} \cdot 10^{**(-16)} \text{ m}$$

$$= \mathbf{3.85 \cdot 10^{**9} \text{ m}}$$

Rayon de Schwarzschild actuel, pour le centre de la voie lactée.

$$y / 18 R = \text{application de l'équation (A)}$$

$$= (1.8 \cdot 10^{**13}) / ((3.85 \cdot 10^{**9}) \cdot 18)$$

$$= 2.6 \cdot 10^{**2} \quad \mathbf{\underline{\underline{Encore trop grand devant 1}}}$$

Ceci confirme que la première correction de la loi de Newton vue dans ce document n'explique pas les problèmes de vitesses des étoiles dans la voie lactée (un des mystères de masses manquantes).

En effet cette nouvelle loi calculerait la même vitesse que celle calculée par la loi de Newton normale, pour la vitesse de l'étoile détectée la plus proche du centre galactique.

ANNEXE 4

Valeurs physiques et cosmologiques

Constante de gravitation universelle :

$$G = 6,6742867 \cdot 10^{(-11)} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ année lumière} &= 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 300000000 \text{ m} \\ &= 9.46 \cdot 10^{15} \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ parsec} &= 3.26 \text{ années-lumière} \\ &= 3.26 \cdot 9.46 \cdot 10^{15} \text{ m} \\ &= 30.8 \cdot 10^{15} \text{ m} \\ &= 3 \cdot 10^{16} \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ kpc} &= 1000 \text{ parsec} \\ &= 3 \cdot 10^{19} \text{ m} \end{aligned}$$

$$1 \text{ masse solaire} = M_0 = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} M &= 3.5 \cdot 10^6 M_0 && \text{masse du centre galactique de la voie lactée.} \\ &= 7 \cdot 10^{36} \end{aligned}$$

ANNEXE 5

Calcul du rayon r

Le but de cette annexe est d'indiquer une méthode de calcul de la valeur << r >>, utilisée dans la correction de la loi de Newton. Plus précisément, r a été utilisée pour tracer la courbe rouge de la figure 5.

La densité de matière ρ_e , mesurée dans une galaxie évolue ainsi :

$$\rho_e = k_e / x^2 \tag{A}$$

Le coefficient k_e est déduit assez facilement des mesures expérimentales. Il est donc connu. x est la distance de l'endroit considéré et le centre de la galaxie.

La densité de matière de l'univers, ρ_u , connue, supposée uniforme, est telle que :

$$L_u = k d/c \sqrt{(\rho_u G)} \sum 1/\sqrt{n} \quad k \text{ est une constante (difficile à calculer ou mesurer).} \tag{B}$$

La valeur L_u est la hauteur de la déformation propagée reçue au point P.
 La somme est calculée sur une demi-droite quelconque centrée sur le point P pour lequel on souhaite calculer la déformation spatio-temporelle.
 \sum est calculée pour $n = 1$ jusqu'à $E(cT/d)$.
 d est la distance moyenne entre 2 points lumineux.

Se reporter à l'annexe 6 (équation (B)) pour plus de détails sur cette équation.

L_u est le paramètre utilisé pour obtenir l'équation (12). Il représente la contribution de la matière globale dans l'univers, dans le calcul de la forme locale de l'espace-temps au point P.

De même notons << L_e >> la contribution provenant des étoiles environnantes dans la galaxie. On a de même :

$$\begin{aligned} L_e &= k d/c \sqrt{(\rho_e G)} \sum 1/\sqrt{n} && \text{utilisation équation (A).} \\ &= k d \sqrt{(k_e G)} / c x \sum 1/\sqrt{n} && \tag{C} \end{aligned}$$

L'approximation r/x donnant la correction de la loi de Newton dans ce document a consisté à écrire :

$$\begin{aligned} L_e &= L_u r/x && \text{Par définition de } r. A \text{ été utilisé pour obtenir l'équation (14)} \\ r/x &= L_e/L_u \end{aligned}$$

$$r/x = k d \sqrt{(k_e G)} / c x \sum 1/\sqrt{n} \quad / \quad k d/c \sqrt{(\rho_u G)} \sum 1/\sqrt{n}$$

galaxie. $E(X/d)$ X, rayon galactique ; on suppose P approximativement au milieu de la

$$r = \sqrt{(k_e/\rho_u)} \frac{\sum_{n=1}^{E(cT/d)} 1/\sqrt{n}}{\sum_{n=1}^{E(cT/d)} 1/\sqrt{n}} \quad T \text{ est l'âge de l'univers.}$$

Dans cette dernière expression on connaît toutes les valeurs des paramètres de l'expression de droite. A noter qu'on utilise notamment (et forcément pour assurer la convergence des séries) l'âge de l'univers pour délimiter la zone de calcul de la somme. **On peut donc calculer la valeur de r.**

ANNEXE 6

Calcul de G

Le but de cette annexe est le fameux calcul de G.

Nous allons utiliser L_u , valeur qui a été utilisée dans ce document au niveau de l'équation (3'').

L_u représente la contribution de la densité moyenne de matière dans l'univers, pour le calcul de l'opérateur relativiste. Rappelons que ce dernier permet de déterminer, en tout point de l'espace, la forme locale de l'espace dans l'espace-temps.

La contribution L_p de n'importe quel point lumineux à la valeur L_u est donnée par la l'équation (10') appliquée pour le cas d'un point lumineux unique :

$$L_p = k \sqrt{R_p/x} \quad \text{Où } R_p = m_p G/c^2, \text{ avec } m_p = e_p /c^2, \text{ et } e_p \text{ est l'énergie, supposée constante, d'un point lumineux.}$$

k est une constante dont la valeur importe peu puisque qu'elle sera ensuite toujours simplifiée dans le calcul de l'opérateur relativiste.

x est la distance qui sépare le point lumineux du point de l'espace ou cette contribution L_p est reçue.

L_u est la somme de toutes ces contributions L_p , pour tous les points lumineux présents le long d'une demi-droite. Cette demi-droite quelconque est centrée sur le point de l'espace pour lequel on souhaite calculer la forme de l'espace dans l'espace-temps.

On a donc :

$$\begin{aligned}
 L_u &= k \sum_{\text{Sur la demi-droite}} L_p \\
 &= k \sum_{n=1}^{E(cT/d)} \sqrt{R_p /nd} \quad \begin{array}{l} E() \text{ est la fonction « partie entière ».} \\ \text{Où } d \text{ est la distance moyenne entre 2 points lumineux.} \\ \text{Et } T \text{ est l'age de l'univers. On a approximé : } x = n d \end{array} \\
 &= k \sum_{n=1}^{E(cT/d)} \sqrt{(m_p G / c^2nd)} \quad \begin{array}{l} E() \text{ est la fonction « partie entière ».} \end{array} \tag{A}
 \end{aligned}$$

On a aussi, si ρ_u est la densité de matière moyenne dans l'univers :

$$\rho_u = (1/d)^3 m_p \quad \text{masse présente dans un volume de 1 mètre cube}$$

$$D'où m_p = \rho_u d^3 \tag{A'}$$

Puis en remplaçant m_p par cette valeur dans l'équation (A) :

$$\begin{aligned}
 L_u &= k \sum \sqrt{(\rho_u d^2 G / c^2n)} \\
 &= k d/c \sqrt{(\rho_u G)} \sum 1/\sqrt{n} \tag{B}
 \end{aligned}$$

De la même façon pour une masse m quelconque la contribution L_m est :

$$L_m = k \sqrt{R/x} \quad \text{avec } R = mG/c^2 \tag{C}$$

Par ailleurs, on a, à partir de l'équation (10') :

$$L_m = L_u \sqrt{8R/x} \tag{D}$$

Alors, en utilisant (C) et (D) :

$$k \sqrt{R/x} = L_u \sqrt{8R/x}$$

Soit :

$$k \sqrt{R/x} = k \frac{d}{c} \sqrt{\rho_u G} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{8R/x} \tag{en utilisant (B)}$$

Cette équation devient, en éliminant les termes k et x :

$$G = \frac{d c^2}{E(cT/d) \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \right)^2} \tag{E}$$

On constate que G est proportionnel à d et inversement proportionnel à mp.

En effet, l'influence de la densité de matière dans l'univers joue sur la partie symétrique des contributions pour l'opérateur relativiste.

Rappelons que la partie symétrique Lsymétrique de la contribution est telle que : e = L asymétrique / Lsymétrique, voir équation (4). Avec e tel que $oper(L1, L2) = \sqrt{(1 + e) / (1 + e/2)}$ (équation (5)).

Or, on le voit avec l'équation (5), une partie symétrique importante a pour effet de baisser la valeur de e, et donc d'augmenter l'opérateur relativiste oper(L1, L2). Inversement, une partie asymétrique importante a pour effet de le diminuer.

Bien sûr ensuite la valeur de cet opérateur relativiste influe directement sur la valeur des forces d'attractions générées, et donc sur la valeur de G (équations (7) (8) (4) (5)). Plus l'opérateur relativiste dx/ds est faible, plus la force générée est importante.

Par conséquent au final, plus la densité de matière moyenne dans l'univers est importante, plus la valeur de G est faible, et inversement.

Physiquement parlant, G se comporte comme un coefficient d'élasticité pour les déformations spatio-temporelles.

La densité de matière moyenne de l'univers est inversement proportionnelle à ce coefficient d'élasticité.

Plus la densité de matière moyenne dans l'univers est importante, plus l'élasticité est faible, donc plus l'espace-temps se déforme facilement, et donc plus les forces d'attractions générées entre elles par des masses sont importantes.

Reformulons G à partir de (A') et de (E) :

$G = \frac{c^2}{E(cT/d) \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \right)^2} \tag{F}$

T age de l'univers

ρ_u densité de matière moyenne dans l'univers

d distance entre 2 points lumineux, en moyenne dans l'univers

c vitesse de la lumière

G constante de gravitation universelle

On en déduit la valeur de d. Ceci doit nous donner ensuite par calculs simples une valeur pour le nombre de points lumineux dans telle ou telle particule (électron, quark, etc..).